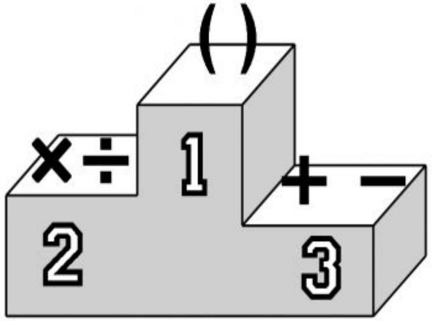
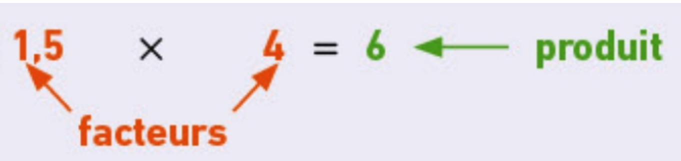
N1 — LES PRIORITES OPERATOIRES

On effectue les opérations dans l'ordre suivant :



Si l'expression ne contient <u>que des multiplications et des divisions</u> ou <u>que des additions et des soustractions</u>, on effectue les calculs **de gauche à droite**.

<u>Vocabulaire :</u>



Le <u>résultat de la division</u> s'appelle **un quotient**.

N2 — LES NOMBRES RELATIFS

<u>ADDITIONS de nombres relatifs :</u>

Même signe :
- Signe commun
- Somme des distances à zéro

Signes contraires :
- Signe « du plus fort »
- Différence des distances à zéro

exemple : $(-4)+(-2)=-6$ et $(-4)+(+7)=+3$

<u>SOUSTRACTIONS de nombres relatifs :</u>

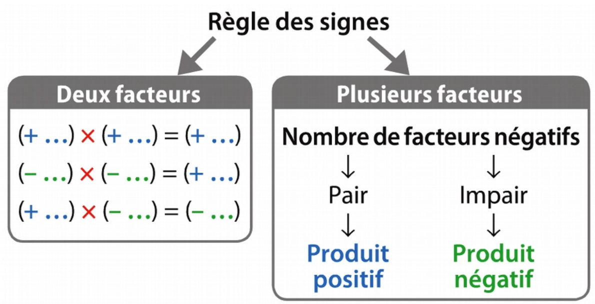
Pour soustraire un nombre relatif, **on ajoute son opposé**.

exemple : $(+5)-(+7)=(+5)+(-7)=-2$

<u>SOMME de plusieurs termes :</u>

Dans le cas d'une somme de plusieurs termes, **on regroupe les nombres positifs et les nombres négatifs** avant de calculer.

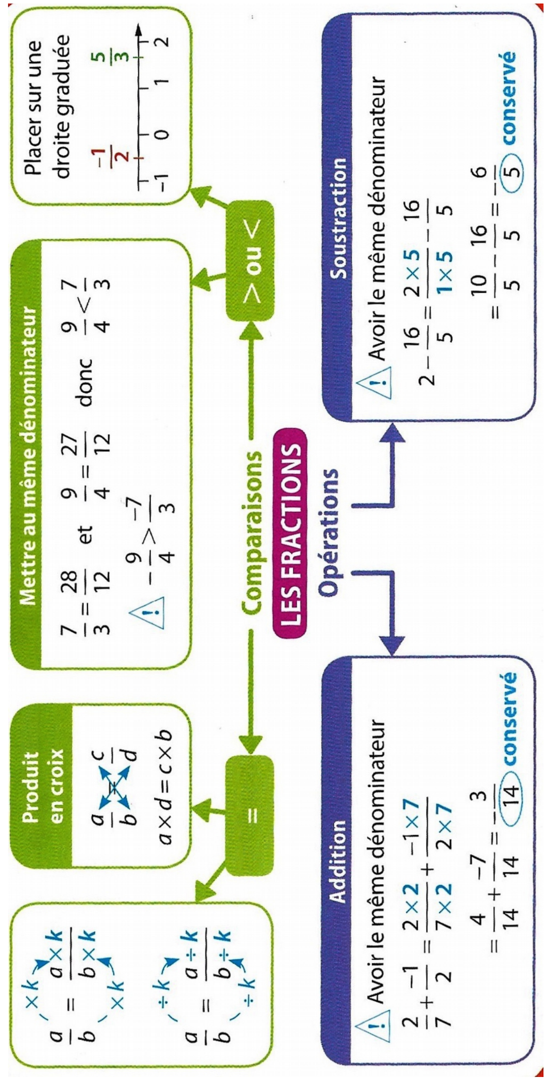
<u>MULTIPLICATIONS de nombres relatifs :</u>



<u>DIVISIONS de nombres relatifs :</u>

La règle des signes est la même que la multiplication.

N3 — LES FRACTIONS ADDITION ET SOUSTRACTION



N4 — LES FRACTIONS MULTIPLICATION ET DIVISION

MULTIPLICATION de fractions :
Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, **on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux**. On pense à **simplifier** le résultat pour donner une **fraction irréductible**.

exemple :

$$\frac{10}{3}\times\frac{18}{35}=\frac{10\times18}{3\times35}=\frac{5\times2\times3\times3\times2}{3\times7\times5}=\frac{12}{7}$$

INVERSE d'un nombre :

L'inverse de a est le nombre $\frac{1}{a}$.

L'inverse de a/b est le nombre $\frac{b}{a}$.

DIVISION de fractions :
Diviser par un nombre relatif en écriture fractionnaire différent de zéro revient à **multiplier par son inverse.**

exemple :

$$\frac{8}{3}:\frac{5}{6}=\frac{8}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{8\times6}{3\times5}=\frac{8\times3\times2}{3\times5}=\frac{16}{5}$$

N5 — LES PUISSANCES

PUISSANCE D'UN NOMBRE :

$$a^n=\underbrace{a\times a\times\ldots\ldots\times a\times a}_{n\text{ facteurs}}$$

a^n se lit « **a puissance n** » ou « **a exposant n** ».

a^{-n} désigne l'inverse de a^n

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$

où a est un nombre relatif différent de zéro.

$(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$

$2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{2\times2\times2}=\frac{1}{8}$

PUISSANCE DE 10 :

10^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à 10.

$$10^n=\underbrace{10\times10\times\ldots\ldots\times10\times10}_{n\text{ facteurs}}=1\,\underbrace{000\ldots.000}_{n\text{ zéros}}$$

10^{-n} désigne l'inverse de 10^n.

$$10^{-n}=\frac{1}{10^n}=\underbrace{0{,}000\ldots0001}$$

Propriétés : m et p désignent des entiers relatifs.

$$10^m\times10^p=10^{m+p}\qquad\frac{10^m}{10^p}=10^{m-p}\qquad(10^m)^p=10^{m\times p}$$

$$10^5\times10^4=10^9\qquad\frac{10^9}{10^2}=10^7\qquad(10^4)^2=10^8$$

ECRITURE SCIENTIFIQUE :
C'est l'écriture d'un nombre décimal positif de la forme :
$a\times10^n$ où a est un nombre décimal tel que $0<a\leqslant1$ et n un entier relatif.

La distance Terre-Soleil est d'environ 150 000 000 km soit $1{,}5\times10^8$ km en notation scientifique.

N6 — DEVELOPPEMENTS

Développer, c'est transformer un produit en une somme algébrique.
k, a, b désignent des nombres relatifs.

Produit ⟶ $k(a+b)=ka+kb$ ⟵ Somme algébrique ⟵ On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

$A=3(x+5)$
$A=3\times x+3\times5$ ⟵ On distribue 3 sur chaque terme de la somme $x+5$.
$A=3x+15$

$B=x(2x+3)$
$B=x\times2x+x\times3$
$B=2x^2+3x$

Double distributivité :

a, b, c, d désignent des nombres relatifs.

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

$A=(2x+4)(5x+3)$
$A=2x\times5x+2x\times3+4\times5x+4\times3$
$A=10x^2+6x+20x+12$
$A=10x^2+26x+12$

$B=(2x-3)(4x-2)$
$B=2x\times4x+2x\times(-2)-3\times4x-3\times(-2)$
$B=8x^2-4x-12x+6$
$B=8x^2-16x+6$

N7 FACTORISATIONS

Factoriser, c'est transformer une somme algébrique en un produit.

k, a, b désignent des nombres relatifs.

Somme algébrique $\longrightarrow$ $ka + kb = k(a + b)$ $\longleftarrow$ Produit

$A = 6x - 8$
$A = 2 \times 3x - 2 \times 4$
$A = 2 \times (3x - 4)$
$A = 2(3x - 4)$

2 est un facteur commun.

$B = 5x + 6x^2$
$B = x \times 5 + x \times 6x$
$B = x \times (5 + 6x)$
$B = x(5 + 6x)$

$C = 5x - x$
$C = 5 \times x - 1 \times x$
$C = x \times (5 - 1)$
$C = x \times 4 = 4x$

On a réduit C.

$D = (2x + 3)(x - 5) + (x - 5)(3x - 4)$
$D = (x - 5)[(2x + 3) + (3x - 4)]$
$D = (x - 5)[2x + 3 + 3x - 4]$
$D = (x - 5)(5x - 1)$

N8 IDENTITES REMARQUABLES

Développement

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Factorisation

Exemple : Développer $A = (x + 6)^2$

$A = (x + 6)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$
$= x^2 + 12x + 36$

Développement

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Factorisation

Exemple : Développer $B = (3x - 4)^2$

$B = (3x - 4)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2$
$= 9x^2 - 24x + 16$

Développement

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Factorisation

Exemple : Factoriser $C = 4x^2 - 25$

$C = 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x + 5)(2x - 5)$

N9 EQUATIONS

Equation du type ax+b=cx+d :

Exemple Résolution de l'équation $5x - 1 = x - 9$

$5x - 1 = x - 9$ — On soustrait x à chaque membre : $5x - 1 - x = x - 9 - x$
$4x - 1 = -9$ — On ajoute 1 à chaque membre : $4x - 1 + 1 = -9 + 1$
$4x = -8$ — On divise par 4 chaque membre : $\frac{4x}{4} = \frac{-8}{4}$
$x = -2$

-2 est la solution.

Equations produit nul :

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul : A x B = 0 ⇔ A = 0 ou B = 0

Exemple : résolution de l'équation $(5x + 1)(3 - 2x) = 0$

A x B = 0 ⇔ A = 0 ou B = 0

• **Première solution**
$5x + 1 = 0$
$5x = -1$
$x = -0{,}2$

• **Deuxième solution**
$3 - 2x = 0$
$3 = 2x$
$1{,}5 = x$

L'équation $(5x + 1)(3 - 2x) = 0$ a deux solutions : $-0{,}2$ et $1{,}5$.

Mettre un problème en équation :

Modéliser une situation

- Choix de l'inconnue x
- Traduction du problème en équation ou inéquation
- Résolution de l'équation ou de l'inéquation
- Interprétation du résultat

N10 — NOTION DE FONCTION

- Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre, fait correspondre un autre nombre unique.

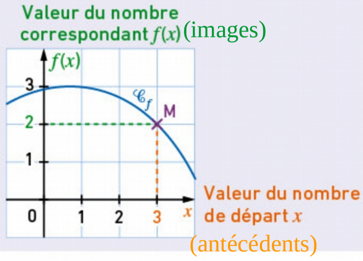
Nombre de départ → Fonction → Nombre correspondant

- **Notations** : **3** ⟼ ***f*(3)** signifie « le nombre correspondant au nombre de départ **3** par la fonction *f* est noté ***f*(3)** ».
  f : **3** ⟼ **2** signifie « le nombre correspondant au nombre de départ **3** par la fonction *f* est égal à **2** ».
  On a donc : ***f*(3) = 2**.

- La **représentation graphique** $\mathscr{C}_f$ d'une fonction *f* est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;f(x))$.

Exemple

Dire que le point M(**3** ; **2**) appartient à la représentation graphique de la fonction *f* revient à dire que *f* : **3** ⟼ **2**.



On dit que $f(x)$ est **l'image** de x par la fonction f.

$x \xrightarrow{\text{fonction } f} f(x)$

Image de x par f

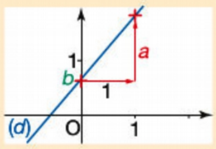
$f(a) = b$

a est un **antécédent** de ***b*** ***b*** est **l'image** de ***a***

N11 — FONCTIONS AFFINES

Dans un repère, (d) est la droite qui représente la fonction affine $x \mapsto ax + b$.
On dit que :

- ***a*** est le **coefficient directeur** de la droite (d) ;
- ***b*** est **l'ordonnée à l'origine** de la droite (d) : c'est l'ordonnée du point d'abscisse nulle de (d).



Cas particuliers :

– Si $b = 0$, alors on a $f(x) = ax$ et *f* est une **fonction linéaire**.
– Si $a = 0$, alors on a $f(x) = b$ et *f* est une **fonction constante**.

<u>Retrouver l'expression d'une fonction :</u>

Sur le graphique :

b est l'ordonnée du point d'intersection de La droite avec l'axe des ordonnées (vertical)

$a = \dfrac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$ entre deux points de la droite

Par le calcul :

On considère deux nombres et leurs images : $f(x_1) = y_1$ et $f(x_2) = y_2$

$$a = \frac{f(x1) - f(x2)}{x1 - x2} = \frac{y1 - y2}{x1 - x2}$$

Puis on résout une équation pour trouver b.

N12 — ARITHMÉTIQUE

Nombres entiers

Nombres premiers

C'est un nombre qui a **exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.**
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; **9 ; 11 ; 13**

Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

90	2
45	3
15	**3**
5	**5**
1	

90 = **2 × 3 × 3 × 5**

Critères de divisibilité

Critères de divisibilité
Un nombre est divisible par :
- 2 **s'il est pair**
- 3 si **la somme de ses chiffres est divisible par 3**
- 4 si **le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4**
- 5 **s'il se termine par 0 ou 5**
- 9 si **la somme de ses chiffres est divisible par 9**
- 10 **s'il se termine par 0**

Division euclidienne de *a* par *b*

$a = b \times q + r$
a est le **dividende**
b est le **diviseur**
q est le **quotient**
r est le **reste**
On doit avoir $0 \leqslant r < b$

01 STATISTIQUES

Effectif = nombre de fois où la donnée apparaît.

Effectif total = somme de tous les effectifs

Fréquence = $\dfrac{\text{effectif d'une donnée}}{\text{effectif total}}$

exemple : $\dfrac{3}{5} = 0{,}6 = 60\ \%$

Moyenne = $\dfrac{\textit{somme des données}}{\text{effectif total}}$

Moyenne pondérée = $\dfrac{valeur \times effectif + \ldots + valeur \times effectif}{\text{effectif total}}$

Médiane = valeur au «milieu » de la série **ordonnée**

Effectif impair

Médiane

☺ ☺ ☺ ☺ ☺

Effectif pair

Médiane

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

On fait la moyenne des deux valeurs centrales.

02 PROBABILITÉS

La probabilité d'un évènement est un nombre compris **entre 0 et 1**.

La **somme des probabilités de toutes les issues** est **égale à 1**.

Dans une situation d'**équiprobabilité**, toutes les issues ont la **même probabilité**.

Évènements particuliers :

Un évènement est dit :

- **impossible** s'il ne peut jamais se produire : **p = 0**
- **certain** s'il se réalise toujours : **p = 1**

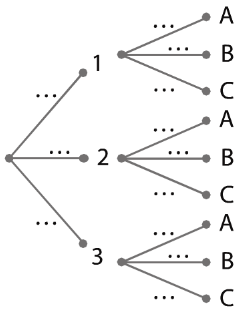
Deux évènements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps : **p(A ou B) = p(A) + p(B)**

L'évènement **contraire** d'un évènement A se note $\overline{A}$:

$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

Expérience à deux épreuves :

On réalise un **arbre de probabilité** :



On écrit les probabilités sur chaque branche.

La probabilité d'un chemin est égale au **produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin**.

Simulation d'un lancer de dé à 6 faces à l'aide de deux logiciels.

- Avec un tableur

	A
1	=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)

- Avec le logiciel Scratch

nombre aléatoire entre 1 et 6

03 PROPORTIONNALITÉ

Pour calculer une **quatrième proportionnelle**, on peut utiliser plusieurs méthodes.

- Le **retour à l'unité**

: 125 ; × 1 000

Volume de jus d'orange (en mL)	125	1	1 000
Masse de vitamine C (en mg)	40	0,32	320

: 125 ; × 1 000

- La **linéarité de la proportionnalité**

× 8

Volume de jus d'orange (en mL)	125	1 000
Masse de vitamine C (en mg)	40	320

× 8

- Le **coefficient de proportionnalité**

Volume de jus d'orange (en mL)	125	1 000
Masse de vitamine C (en mg)	40	320

× 0,32

Calcul du coefficient : $\dfrac{40}{125} = 0{,}32$

- L'**égalité des produits en croix**

Volume de jus d'orange (en mL)	125	1 000
Masse de vitamine C (en mg)	40	320

$\dfrac{40 \times 1\,000}{125} = 320$

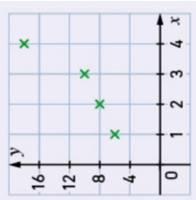
Une situation de proportionnalité se traduit **sur un graphique** par des points alignés avec l'origine du repère : **une droite passant par l'origine.**

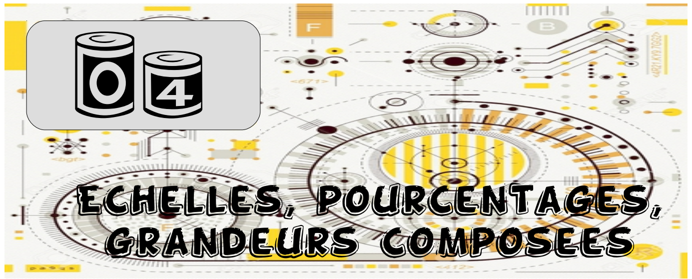
- Exemple de deux séries de nombres proportionnelles :

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

- Exemple de deux séries de nombres non proportionnelles :

x	1	2	3	4
y	6	8	10	18





Echelle d'un plan ou d'une carte :

Une échelle s'exprime sous la forme d'une fraction :

Le plus on l'exprime par une fraction de **numérateur 1**.

$$\text{Échelle} = \frac{\textit{distance sur le plan}}{\textit{distance réelle}}$$

Les longueurs étant exprimées dans la même unité !!!

Une carte réalisée à l'échelle $\frac{1}{200000}$ signifie que **1 cm sur la carte** représente **200000 cm en réalité** soit **2 km.**

Les pourcentages :

Appliquer un taux de t % revient à multiplier par $\frac{t}{100}$.

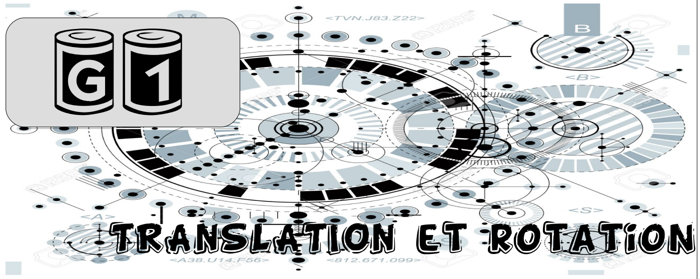
Augmenter de t % revient à multiplier par $\left(1+\frac{t}{100}\right)$.

Réduire de t % revient à multiplier par $\left(1-\frac{t}{100}\right)$.

Déterminer un pourcentage c'est écrire une proportion sous forme d'une **fraction de dénominateur 100**.

Grandeurs composées :

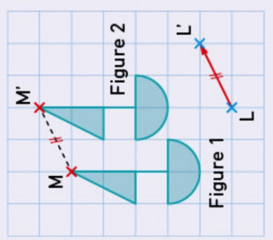
- $\text{Vitesse en km/h} = \frac{\text{distance parcourue en km}}{\text{durée du parcours en h}}$
- $\text{Masse volumique en kg/m}^3 = \frac{\text{masse en kg}}{\text{volume en m}^3}$
- Énergie en Wh = puissance de l'appareil en W × durée d'utilisation en h



La translation :

- Transformer une figure par **translation**, c'est la faire glisser sans la tourner.
- Ce glissement est défini par :
  – une **direction** ;
  – un **sens** ;
  – une **longueur**.
- On peut schématiser ce glissement par une **flèche**.

Exemple

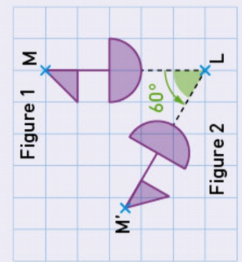


La figure 2 est l'image de la figure 1 par la translation qui transforme L en L'.
La flèche qui part de L vers L' donne la direction, le sens et la longueur du glissement.

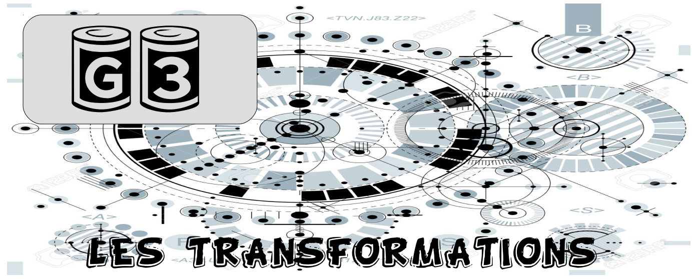
La rotation :

- Transformer une figure par **rotation**, c'est la faire tourner autour d'un point.
- Une rotation est définie par :
  – un **centre** ;
  – un angle de **rotation** ;
  – un **sens** de rotation : le sens des aiguilles d'une montre (sens horaire) ou son contraire (sens anti-horaire).

Exemple

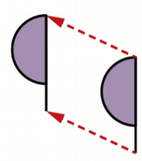


La figure 2 est l'image de la figure 1 par la rotation de centre L et d'angle 60° dans le sens anti-horaire.



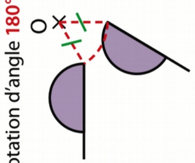
Glisser

Translation
une direction
une longueur
un sens



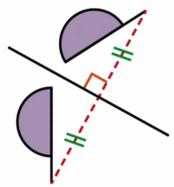
Tourner

Rotation
un centre
un angle
un sens
Symétrie centrale : rotation d'angle **180°**



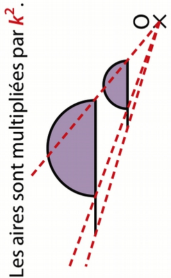
Retourner

Symétrie axiale
un axe



Agrandir/Réduire

Homothétie
un centre
un rapport k
Les longueurs sont multipliées par k.
Les aires sont multipliées par k^2.

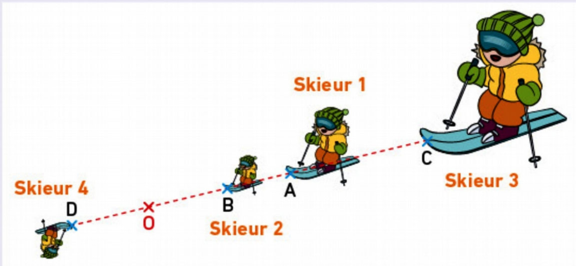


G2 HOMOTHETIES

Transformer une figure par une homothétie, c'est l'agrandir ou la réduire.

Exemples

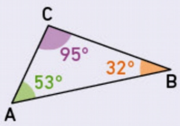
- Le Skieur 2 est l'image du Skieur 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 0,5. On a : $OB = 0{,}5 \times OA$.
- Le Skieur 3 est l'image du Skieur 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2. On a : $OC = 2 \times OA$.
- Le Skieur 4 est l'image du Skieur 1 par l'homothétie de centre O et de rapport – 0,5. On a : $OD = 0{,}5 \times OA$.



G4 TRIANGLES SEMBLABLES

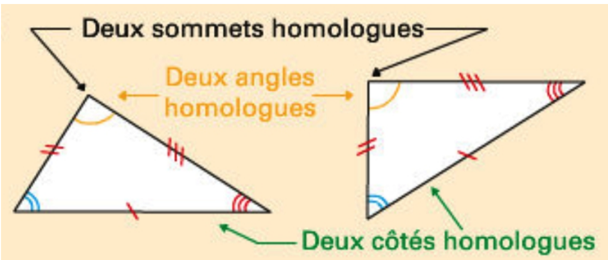
- Dire que deux triangles sont **semblables** (ou de même forme) signifie que leurs angles sont égaux deux à deux.
- Si deux triangles sont **de même forme**, alors les côtés opposés aux angles égaux ont leurs longueurs **proportionnelles**.
- Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés **proportionnelles**, alors ils sont **de même forme**.

Exemple



ABC et DEF ont les mêmes angles donc ils sont semblables.
Leurs côtés sont donc deux à deux proportionnels.
On peut donc écrire que :

$$\frac{EF}{CB} = \frac{DE}{AC} = \frac{DF}{AB}$$



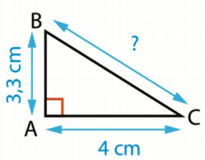
G5 THEOREME DE PYTHAGORE ET RECIPROQUE

Égalité de Pythagore

Calculer une longueur

Avec 2 longueurs connues

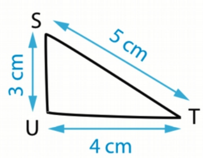
ABC est rectangle en A
donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 26{,}89$
Touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice :
donc $BC \approx$ **5,2 cm**



Vérifier si un triangle est rectangle ou non

Avec 3 longueurs connues

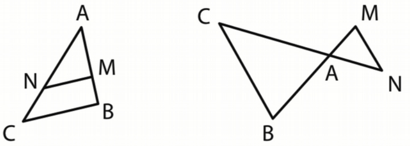
Pour vérifier que STU est rectangle en U,
il faut vérifier si l'égalité
$ST^2 = SU^2 + UT^2$ est vraie.



G6 — THEOREME DE THALES ET RECIPROQUE

Calculer une longueur

Les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés.



Si (MN)//(CB) alors $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{NM}{CB}$.

Égalité de Thalès

Reconnaitre des droites parallèles

Les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont **alignés dans le même ordre**.

- Si $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$ alors (MN)//(CB)
- Si $\frac{AN}{AC} \neq \frac{AM}{AB}$ alors **les droites ne sont pas parallèles.**

G7 — TRIGONOMETRIE

Dans un triangle rectangle,

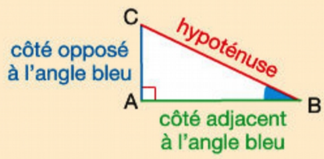
- **le cosinus** d'un angle aigu est le quotient $\frac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$;
- **le sinus** d'un angle aigu est le quotient $\frac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$;
- **la tangente** d'un angle aigu est le quotient $\frac{\text{longueur du côté opposé à cet angle}}{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}$.

Dans le triangle ABC rectangle en A,

$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$

$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$

$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$



On peut retenir l'expression

$\underbrace{\text{SOH}}_{\text{Sinus}}\ \underbrace{\text{CAH}}_{\text{Cosinus}}\ \underbrace{\text{TOA}}_{\text{Tangente}}$

- **La calculatrice doit être en mode DEGRE.**

Si le symbole D ou DEG n'apparaît pas en haut de l'écran, on procède au réglage.

- **Valeur approchée de 5 × cos 36° au centième près.**

5 × cos 36) EXE

ou 5 × cos 36) entrer

```
5×cos(36)
       4,045084972
```

On lit : 5 × cos 36° ≈ 4,05.

Donner une valeur approchée au degré près de la mesure d'un angle aigu $\widehat{ABC}$ tel que sin $\widehat{ABC}$ = 0,6.

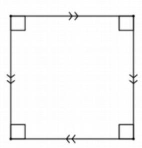
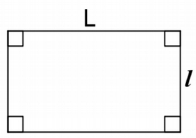
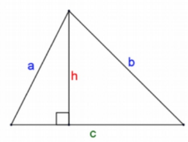
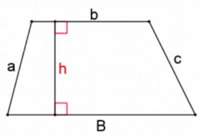
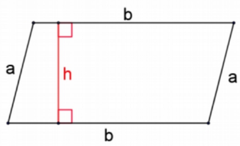
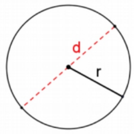
sin 0,6) EXE

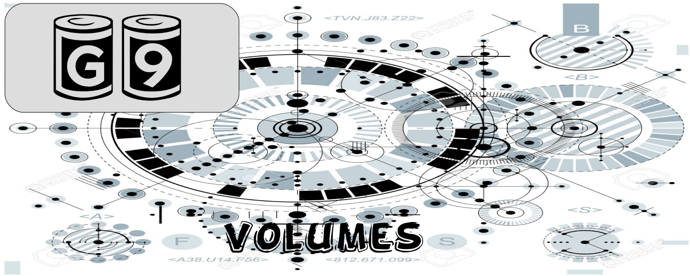
ou 2nde sin 0,6) entrer

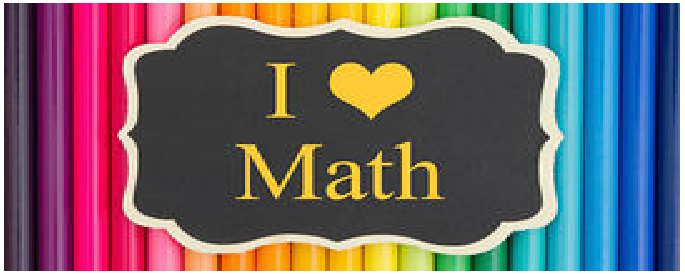
```
arcsin(0,6)
       36,86989765
```

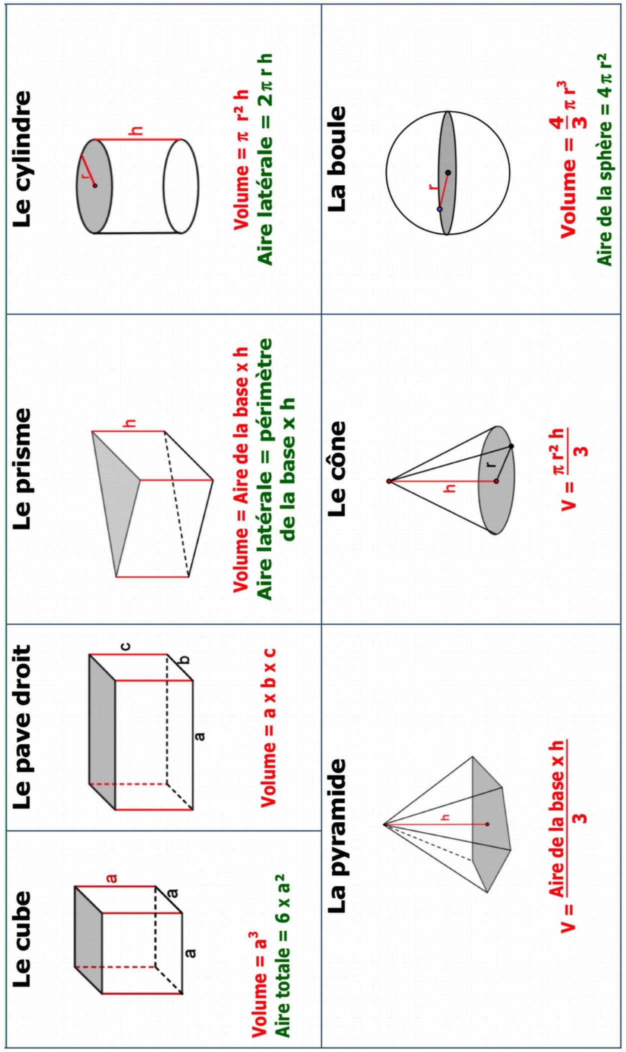
On lit : $\widehat{ABC} \approx 37°$.

G8 — PERIMETRES ET AIRES

Le carré	Le rectangle	Le triangle
		
Périmètre = c x 4 Aire = c²	Périmètre = (L + ℓ) x 2 Aire = L x ℓ	Périmètre = a + b + c Aire = $\frac{c \times h}{2}$
Le trapèze	**Le parallélogramme**	**Le cercle**
		
Périmètre = a + b + c + B Aire = $\frac{(B + b) \times h}{2}$	Périmètre = a + b + a + b Aire = b x h	Longueur du cercle = d x π ou 2 π r Aire du disque = π r²







SOMMAIRE

N1 : Les priorités opératoires
N2 : Les nombres relatifs
N3 : Les fractions – Additions et soustractions
N4 : Les fractions – Multiplication et divisions
N5 : Les puissances
N6 : Développements
N7 : Factorisations
N8 : Identités remarquables
N9 : Equations
N10 : Notion de fonction
N11 : Fonctions affines
N12 : Arithmétique

O1 : Statistiques
O2 : Probabilités
O3 : Proportionnalité
O4 : Echelles – pourcentages – grandeurs composées

G1 : Translations et rotations
G2 : homothétie
G3 : Les transformations BILAN
G4 : triangles semblables
G5 : théorème de Pythagore et réciproque
G6 : théorème de Thalès et réciproque
G7 : trigonométrie
G8 : périmètres et aires
G9 : volumes