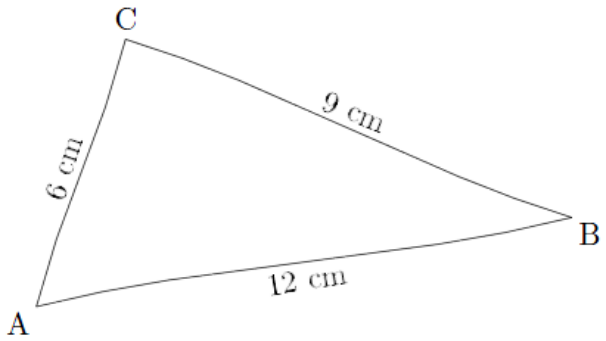
III) Le triangle est-il rectangle ?

1) Conséquence de la propriété de Pythagore



Démontrons que ce triangle n'est pas rectangle

Le côté le plus long est [AB] ; si le triangle était rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.

D'une part, on a AB2 = 122 = 144.

D'autre part, on a CB2+CA2 = 92+62 = 81+36= 117.

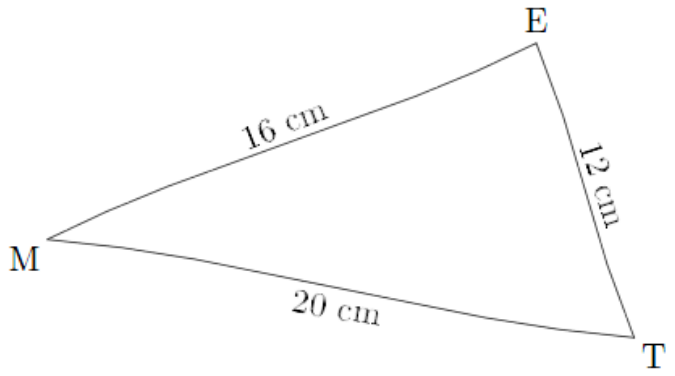
On constate que $AB^2 \neq CA^2 + CB^2$.

Si le triangle était rectangle, **d'après le théorème de Pythagore**, on aurait l'égalité $AB^2 = CA^2 + CB^2$.

Ce n'est pas le cas, donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

2) Réciproque de la propriété de Pythagore

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus long côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés,
alors ce triangle est rectangle, et le côté le plus long est l'hypoténuse.



Démontrons que ce triangle est rectangle

Le côté le plus long est [MT] ; si le triangle était rectangle, ce côté serait l'hypoténuse.

D'une part, on a $MT^2 = 20^2 = 400$.

D'autre part, on a $EM^2 + ET^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400$.

On constate que $MT^2 = EM^2 + ET^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ETM est rectangle en E.